

№ 1 (10 баллов)

Есть две группы шестеренок. Первая содержит шестеренки с 15 и 21 зубом. Вторая содержит шестеренки с 12, 16 и 44 зубьями. Шестеренки каждой из групп могут приходить в зацепление только с шестеренками из своей группы. При этом шестеренки из обеих групп могут быть размещены на осях одного типа.

Вам нужно собрать два набора шестеренок. Известно, что первый набор составлен из четырех шестеренок первой группы. В нем точно есть одна шестеренка с 15 зубьями и одна шестеренка с 21 зубом.

Известно, что второй набор составлен из пяти шестеренок второй группы. В нем точно есть одна шестеренка с 12 зубьями, одна шестеренка с 16 зубьями и одна шестеренка с 44 зубьями.

Из всех шестеренок этих двух наборов был собран механизм, принципиальная кинематическая схема которого приведена на *рисунке 1*.

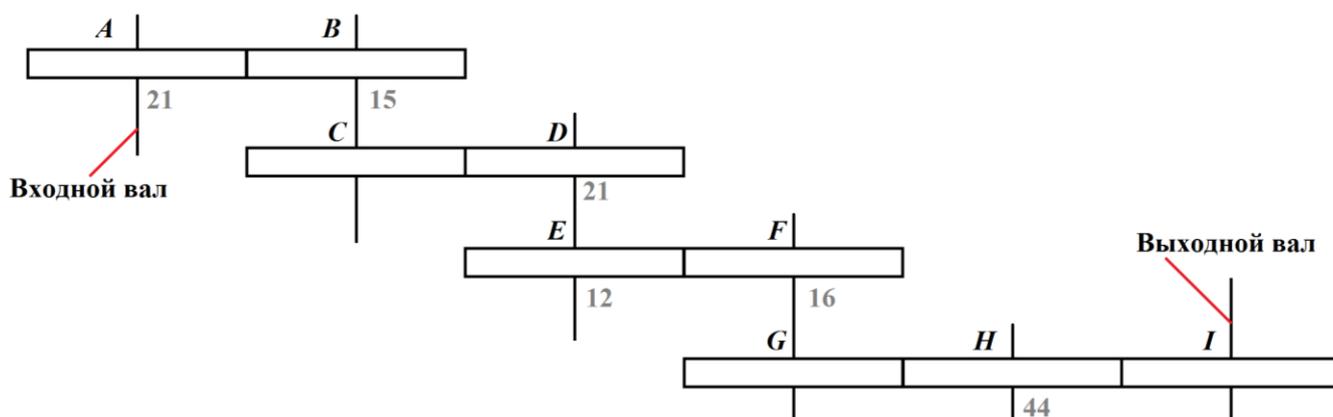


Рисунок 1

На данной схеме не указано количество зубьев части шестеренок. Известно, что передаточное отношение данного механизма равно $80:231$.

- 1) Определите состав каждого из наборов шестеренок (для этого заполните *таблицы 1 и 2 в бланках ответов*). Свое решение обоснуйте.
- 2) Приведите формулу расчета передаточного отношения предложенного Вами механизма.

Справочная информация

Принципиальная кинематическая схема — это схема, на которой показана последовательность передачи движения от входного вала через передаточный механизм к выходному валу.

На кинематических схемах изображают только те элементы механизма, которые принимают участие в передаче движения (шестеренки, валы и др.), без соблюдения размеров и пропорций.

Пусть есть два набора шестеренок. В первом наборе находятся две шестеренки с 33 зубьями и одна шестеренка с 18 зубьями, а во втором – одна шестеренка с 22 зубьями и одна шестеренка с 44 зубьями.

Из всех имеющихся шестеренок был собран механизм, принципиальная кинематическая схема которого приведена на рисунке 2:

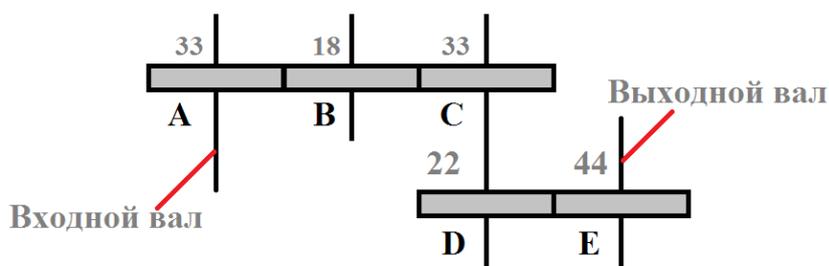


Рисунок 2

Данная схема содержит пять шестеренок. Шестеренка А находится на входном валу, шестеренка Е – на выходном валу. Шестеренки С и D находятся на одном валу.

Если провести расчет передаточного отношения данного механизма, то оно будет равно 2:

$$\frac{18}{33} \times \frac{33}{18} \times \frac{44}{22} = 2$$

Решение:

Набор № 1 (таблица 1)			
<i>Шестеренка А</i>	<i>Шестеренка В</i>	<i>Шестеренка С</i>	<i>Шестеренка D</i>
21	15	21	21

Набор №2 (таблица 2)				
<i>Шестеренка E</i>	<i>Шестеренка F</i>	<i>Шестеренка G</i>	<i>Шестеренка H</i>	<i>Шестеренка I</i>
12	16	44	44	16

Формула расчета передаточного отношения, получившегося механизма:

$$\frac{15}{21} \times \frac{21}{21} \times \frac{16}{12} \times \frac{44}{44} \times \frac{16}{44} = \frac{5}{7} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{11} = \frac{80}{231}$$

Критерии проверки:

№ пункта	Баллы	Описание
1.1	+3 балла	Правильно вычислено количество зубьев шестеренки С
	+3 балла	Правильно вычислено количество зубьев шестеренки G
	+3 балла	Правильно вычислено количество зубьев шестеренки I
1.2	+1 балл	Приведена верная формула расчета передаточного отношения, соответствующая условию задачи

Решение:

Способ 1: запишем передаточное отношение в виде:

$$\frac{15}{21} \times \frac{21}{x} \times \frac{16}{12} \times \frac{44}{y} \times \frac{z}{44} = \frac{5}{x} \times \frac{4}{1} \times \frac{z}{y} = \frac{80}{231} = \frac{20 * 4}{21 * 11} = \frac{20 * 16}{21 * 44}$$

Отсюда следует, что необходимо использовать шестерни с 21, 16 и 44 зубьями.

Способ 2: разложим на множители числитель и знаменатель дроби, обозначающей передаточное отношение:

$$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$231 = 3 \times 7 \times 11$$

Далее запишем в виде отношения возможные передаточные, которые мы можем получить, соединяя шестеренки по группам.

В первой группе всего два вида шестеренок. А это значит, что мы можем получить всего два передаточных отношения, отличных от единицы:

$$\frac{15}{21} = \frac{5}{7} \quad \text{или} \quad \frac{21}{15} = \frac{7}{5}$$

Во второй группе три вида шестеренок. Соответственно, можно получить уже шесть вариантов передаточных отношений, отличных от единицы:

$$\frac{12}{16} = \frac{3}{4} \quad \text{или} \quad \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{12}{44} = \frac{3}{11} \quad \text{или} \quad \frac{44}{12} = \frac{11}{3}$$

$$\frac{16}{44} = \frac{4}{11} \quad \text{или} \quad \frac{44}{16} = \frac{11}{4}$$

Если в передаточном отношении все шестеренки будут с одинаковым количеством зубьев, то такое передаточное отношение будет равно единице:

$$\frac{15}{15} = \frac{21}{21} = 1 = \frac{12}{12} = \frac{16}{16} = \frac{44}{44}$$

Проанализируем наше разложение на множители числа 80, учтя, что мы можем получить в качестве сомножителей не двойки, а четверки:

$$80 = (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times 5 = 4 \times 4 \times 5$$

Таким образом, мы получаем:

$$\frac{80}{231} = \frac{5}{7} \times 1 \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{11}$$

Мы можем получить сомножитель $\frac{5}{7}$ только с помощью первой группы шестеренок. Соответственно, это соотношение нам дает первая пара шестеренок A и B .

Вторая пара шестеренок C и D из первой группы дает отношение, равное единице. Это означает, что шестеренка C имеет столько же зубьев, что и шестеренка D .

Следовательно, обе шестерки C и D имеют по 21 зубу.

Заполним пропуски в *таблице 1*:

Набор №1 (<i>таблица 1</i>)			
<i>Шестеренка A</i>	<i>Шестеренка B</i>	<i>Шестеренка C</i>	<i>Шестеренка D</i>
21	15	21	21

Теперь разберемся с расположением шестеренок из второй группы.

Шестеренка H – это «паразитная» шестеренка. Она не влияет на итоговое передаточное отношение.

Шестеренки E и F дают вклад в передаточное отношение в виде сомножителя $\frac{4}{3}$.

Соответственно, на долю шестеренок G и I остается вклад $\frac{4}{11}$.

Это означает, что у шестеренки G должно быть 44 зуба, а у шестеренки I должно быть 16 зубьев.

Заполним пропуски в *таблице 2*:

Набор №2 (<i>таблица 2</i>)				
<i>Шестеренка E</i>	<i>Шестеренка F</i>	<i>Шестеренка G</i>	<i>Шестеренка H</i>	<i>Шестеренка I</i>
12	16	44	44	16

Проведем расчет передаточного отношения получившегося механизма:

$$\frac{15}{21} \times \frac{21}{21} \times \frac{16}{12} \times \frac{44}{44} \times \frac{16}{44} = \frac{5}{7} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{11} = \frac{80}{231}$$

№ 2 (15 баллов)

По полю, разделенному на клетки, передвигается робот-муравей. Он может двигаться в четырех направлениях (см. таблицу 1) и толкать перед собой ровно один кубик.

Команда	Направление движения робота
ВНИЗ N	↓
ВВЕРХ N	↑
ВЛЕВО N	←
ВПРАВО N	→

Таблица 1

<p>НАЧАЛО ПОВТОРИТЬ 3 РАЗ ВПРАВО 4 ВНИЗ 1 ВЛЕВО 4 ВНИЗ 1 КОНЕЦ ПОВТОРИТЬ КОНЕЦ</p>
<p><i>Программа № 1</i></p>

Обратите внимание, робот не может тянуть кубик, а также толкать два и больше кубиков!

Рассмотрим пример программы (см. программу № 1) для робота-муравья и результаты ее выполнения в заданной конфигурации.

Если перед началом выполнения программы на поле была задана конфигурация в соответствии с рисунком 3, то после выполнения программы поле будет выглядеть, как показано на рисунке 4.

Начальное положение робота							
	1	2	3	4	5	6	7
A		X		A			
B				B			
C				B			
D				Г			
E				Д			
F				Е			
G				Ё			

Рисунок 3

Траектория движения робота							
	1	2	3	4	5	6	7
A							A
B	B						
C							B
D	Г						
E							Д
F	Е						
G		X		Ё			

Конечное положение робота

Рисунок 4

Если при выполнении программы робот пытается выйти за пределы поля или сдвинуть два кубика, то робот разрушается, а программа завершается с ошибкой и не выполняется дальше.

Робот-муравей должен разместить кубики с буквами в соответствующих клетках: кубик с буквой «М» в клетке С3, кубик с буквой «О» в клетке С4, кубик с буквой «Ш» в клетке С5. Робот должен начать и закончить движение в клетке В2.

Конфигурация поля следующая (см. рисунок 5):

	1	2	3	4	5	6	7
A							
B		X					
C			■	■	■		
D					Ш		
E			М				
F				О			
G							

НАЧАЛО

ПОВТОРИТЬ ____ РАЗ

КОНЕЦ ПОВТОРИТЬ

КОНЕЦ

Рисунок 5
Программа № 2

Допишите программу для робота-муравья, чтобы он смог выполнить поставленную перед ним задачу без разрушения робота. Для этого используйте заготовку программы (см. программу № 2) в бланках ответов.

При заполнении заготовки программы в бланках ответов на каждой строке может располагаться ровно одна команда. При этом у Вас могут остаться пустые строки.

Ответ:

НАЧАЛО

ВНИЗ 2

ПОВТОРИТЬ 3 РАЗ

ВНИЗ 3

ВПРАВО 1

ВВЕРХ 3

КОНЕЦ ПОВТОРИТЬ

ВЛЕВО 3

ВВЕРХ 2

КОНЕЦ

Возможны и другие варианты написания программы.

Критерии проверки:

№	Баллы	Описание
2	+4 балла	Правильно поставлен кубик «М»
	+4 балла	Правильно поставлен кубик «О»
	+4 балла	Правильно поставлен кубик «Ш»
	+3 балла	Робот после завершения программы вернулся в клетку В2. Засчитываются только в том случае, если по пунктам 1, 2 и 3 выставлено по 4 балла

В случае, если программа позволяет роботу выполнять поставленные перед ним задачи по размещению кубиков на соответствующих местах и не приводит к разрушению робота, но при этом не соответствует заданной в задаче структуре, то максимальное количество баллов по каждому из пунктов уменьшается в 2 раза.

Если робот после выполнения программы разрушается (выходит за границы поля, пытается сдвинуть два или более кубиков подряд), то за задачу ставятся баллы, накопленные до разрушения робота.

Ответ:

- 1) 51 м;
- 2) 360°;
- 3) 180 с.

Критерии проверки:

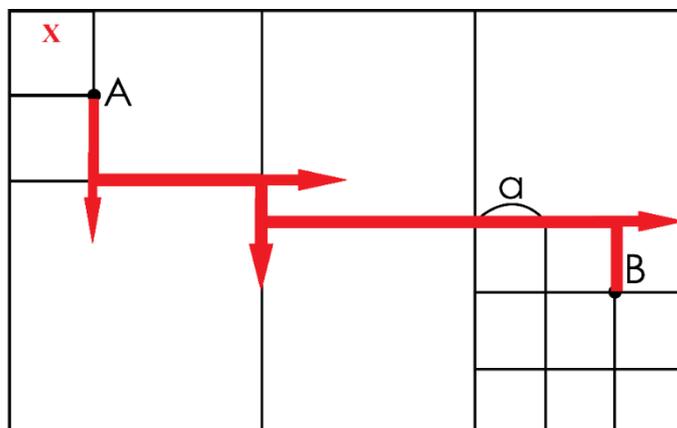
№	Баллы	Описание
3.1	+4 балла	Правильно определена конфигурация минимальной траектории
	+4 балла	Правильно определена длина сторон квадратов, расположенных в верхнем левом углу чертежа (6 м)
	+4 балла	Правильно определена длина минимальной траектории, вычерченной роботом (51 м)
3.2	+4 балла	Правильно определен общий угол разворота робота на месте. (360°) или количество поворотов на 90° (4 поворота)
3.3	+4 балла	Правильно определено суммарное время проезда роботом линейных участков траектории (170 с)
	+4 балла	Правильно определено суммарное время, затраченное роботом на разворот на месте (10 с)
	+1 балл	Правильно определено минимальное время, за которое робот преодолеет трассу (180 с)

Если для какого-либо пункта дано неполное обоснование, то можно снижать баллы за данный пункт, ставя балл пропорционально полноте обоснования приведенного решения.

Если расчет приведен не для минимальной по времени траектории, то задача проверяется по критериям, но максимум по каждому пункту уменьшается в 2 раза.

Решение:

Изобразим траекторию движения робота, которая позволит ему попасть из точки A в точку B за минимальное время:



Движения робота могут быть двух типов: равномерное движение по прямолинейным участкам и разворот на месте.

Определим, сколько разворотов должен будет сделать робот.

Поскольку робот первоначально стоит в том направлении, в котором он начнет движение, то для проезда по данной траектории он должен будет совершить четыре поворота на прямой угол. То есть за время движения по обозначенной траектории робот повернется на месте на угол

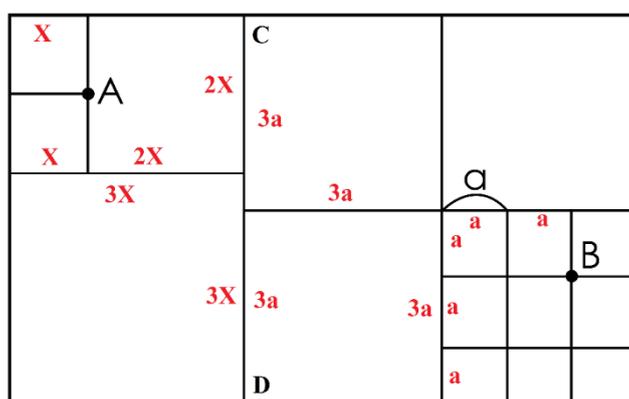
$$90^\circ \times 4 = 360^\circ$$

Поскольку робот тратит на один полный разворот (на 360°) 10 с, то на развороты на месте робот потратит 10 с.

Теперь подсчитаем, за какое время робот преодолеет прямолинейные участки трассы.

Для этого нам нужно рассчитать параметры всех имеющихся на рисунке квадратов.

Введем условные обозначения.



Обозначим за X сторону одного из двух верхних квадратов, расположенных в верхнем левом углу чертежа.

Далее, пользуясь тем, что рисунок составлен из квадратов, выразим размеры соседних квадратов через сторону квадрата, расположенного в верхнем левом углу чертежа.

Таким образом, длина отрезка CD может быть выражена как $5X$.

Мы знаем, что сторона малых квадратов, находящихся в нижней правой части чертежа, равна $a = 5$ м.

Тогда сторона соседних больших квадратов будет равна

$$3 \times a = 3 \times 5 = 15 \text{ м.}$$

Длина отрезка CD будет равна сумме длин сторон двух квадратов со стороной $3a$:

$$2 \times 15 = 30 \text{ м.}$$

Можно записать следующее соотношение для стороны CD :

$$5 \times X = 30$$

$$X = 6 \text{ м}$$

Таким образом, мы смогли вычислить величину сторон квадратов, расположенных в верхнем левом углу чертежа.

Теперь мы сможем подсчитать длину прямых участков пути:

$$X + 2X + (3a - 2X) + 3a + a + a + a = X + 9a = 6 + 9 \times 5 = 51 \text{ м}$$

Определим максимальную скорость движения робота по прямолинейным участкам трассы:

$$v = 2 \times \pi \times r \times w = 2 \times 3 \times 5 \text{ см} \times 1 \frac{1}{\text{с}} = 30 \frac{\text{см}}{\text{с}}$$

Определим время, которое потребуется роботу для проезда всех прямолинейных участков пути:

$$5100 \text{ см} : 30 \frac{\text{см}}{\text{с}} = 170 \text{ с}$$

Определим общее минимальное время проезда трассы:

$$170 + 10 = 180 \text{ с}$$