

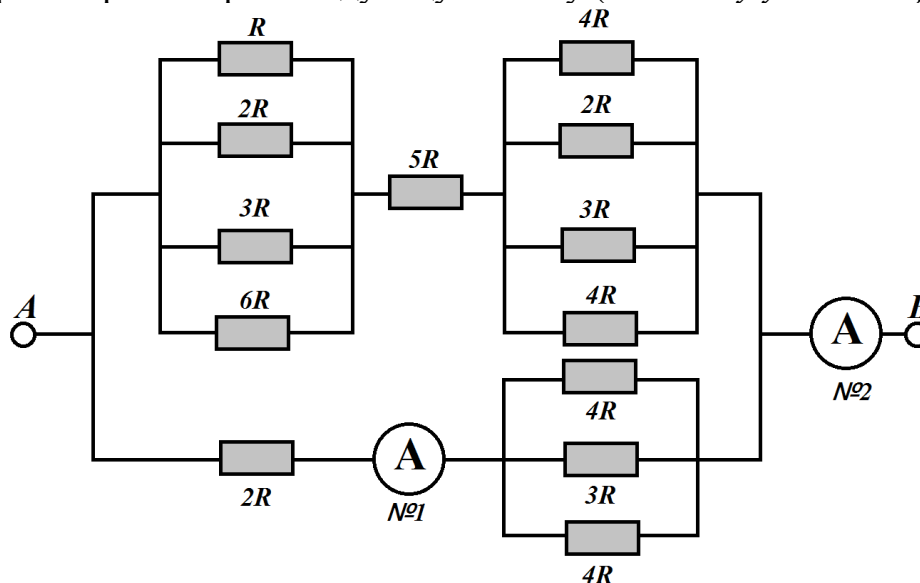
**МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2020 – 2021 УЧ. Г.**  
**ОЧНЫЙ ЭТАП. РОБОТОТЕХНИКА**  
**ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР**  
**9 КЛАСС**

**Задача № 1 (5 баллов)**

Зачем нужно проводить калибровку датчиков цвета, работающих в режиме яркости отражённого света, на полигоне перед попыткой? Как это делают? Дайте подробный ответ.

**Задача № 2 (10 баллов)**

Миша собрал из резисторов следующую схему (см. схему участка цепи  $AB$ ).



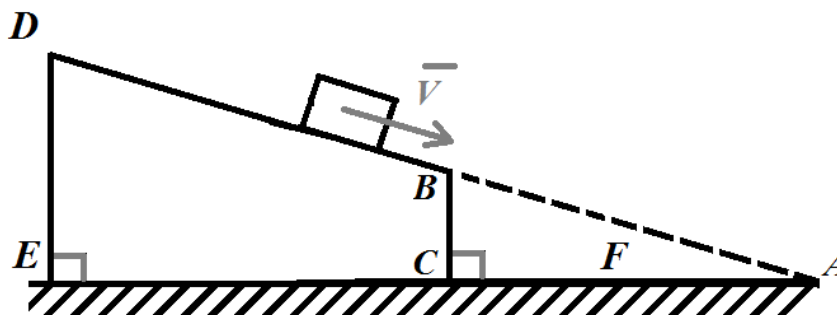
*Схема участка цепи  $AB$*

Известно, что номиналы всех резисторов, которые взял Миша для сборки, кратны одному числу.

Определите, какой ток зафиксирует амперметр № 2, если через амперметр № 1 протекает ток в 5 кА. Ответ дайте в амперах. Приведите подробное решение данной задачи.

**Задача №3 (15 баллов)**

Робота на гусеницах с выключенными двигателями поставили на верх усечённого клина в точку  $D$  и включили (см. схему полигона).



*Схема полигона*

Усечённый клин представляет собой наклонную плоскость, от которой отрезали низкую часть. Известно, что  $\angle EAD = 30^\circ$ ,  $EC = 2\sqrt{3}$  м,  $ED = 4$  м.

Робот с нулевой начальной скоростью начинает двигаться с постоянным ускорением. Достигнув точки *B*, робот «спрыгивает» с усечённого клина. Коэффициент трения скольжения гусениц робота по поверхности наклонной плоскости равен 0,3. Сила тяги, развиваемая моторами робота, равна 40 Н. Ускорение свободного падения примите  $g \approx 10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивлением воздуха пренебрегите. Масса робота равна 2 кг.

Определите, как далеко от наклонной плоскости приземлится робот (*CF*).

Ответ дайте в дециметрах, округлив результат до целых. Приведите подробное решение данной задачи.

#### Задача № 4 (10 баллов)

Микросхемы – это электронные схемы, заключенные в небольшой корпус, которые могут обладать сложным функционалом. Рассмотрим пример микросхемы, реализующей логическую операцию И-НЕ.

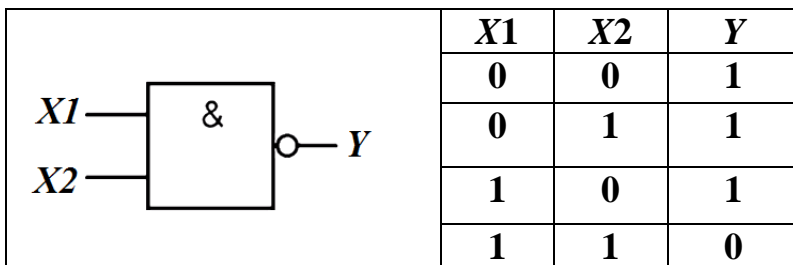
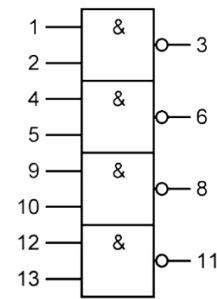


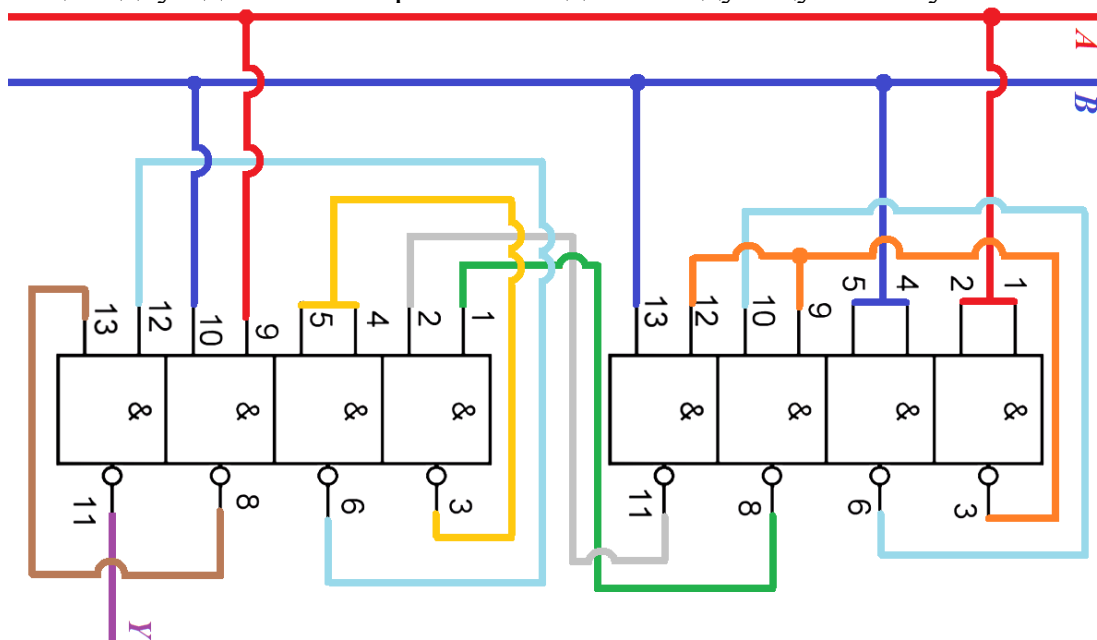
Таблица истинности И-НЕ



Условное графическое обозначение микросхемы

Данная микросхема представляет собой объединение четырёх логических элементов И-НЕ с двумя входами каждый. Например, если подать определённое напряжение на входы («ножки») № 4 и № 5, то на выходе № 6 будет результат логической операции И-НЕ, выполненной для входов № 4 и № 5.

С помощью двух данных микросхем создали следующую схему:



Обратите внимание на условные обозначения на схеме:

	
<i>Два провода не пересекаются</i>	<i>Провода соединены между собой (по ним идёт одинаковый сигнал)</i>

Условные обозначения для логических операций (логических связок):

1. Отрицание (инверсия, логическое НЕ) обозначено как чёрточка над выражением. Например, выражение  $\bar{A}$  означает «НЕ А».
2. Конъюнкция (логическое умножение, логическое И) обозначено точкой ( $\cdot$ ). Например, выражение  $B \cdot C$  означает В и С.
3. Дизъюнкция (логическое сложение, логическое ИЛИ) обозначено знаком плюс (+). Например, выражение  $B + C$  означает В или С.

Определите, какой функцией  $Y$  задаётся логическая функция, реализация которой показана на данной принципиальной схеме. Упростите полученную логическую функцию. Приведите подробное решение данной задачи.

### Задача № 5 (10 баллов)

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, диаметр каждого из колёс робота равен 6 см. Левым колесом управляет мотор  $A$ , правым колесом управляет мотор  $B$ . Колёса напрямую подсоединены к моторам. Посередине между колёс робота закреплена кисть. Из-за особенностей крепления кисти робот не может ехать назад.

Робот с помощью кисти начертил квадрат. В трёх вершинах квадрата робот повернулся на угол, дополняющий угол квадрата до  $180^\circ$ . Все повороты робот совершал на месте, вращая колёса с одинаковой скоростью в противоположных направлениях.

После того как робот закончил наносить изображение, выяснилось, что ось мотора  $A$  повернулась на  $22\,500^\circ$ , а ось мотора  $B$  – на  $20\,700^\circ$ . Если робот вращает колёсами в том же направлении, что и до этого, то угол поворота оси растёт, а если в противоположном – то уменьшается.

Расстояние между центрами колёс (ширина колеи) робота равно 20 см, масса робота равна 1 кг. При расчётах примите  $\pi \approx 3,14$ .

Определите площадь квадрата, который начертил робот. Ответ дайте в квадратных дециметрах, округлив результат до целых. Приведите подробное решение данной задачи.

### Решения и ответы

№1

Освещённость на полигоне может измениться, а вместе с ней и показания датчика на чёрном и на белом, что может привести к сбоям в выполнении уже отлаженной программы.

Поэтому запускать калибровку стоит, как только изменилось освещение.

Рекомендуется калибровать робота перед каждой попыткой в условиях, максимально приближенных к условиям попытки.

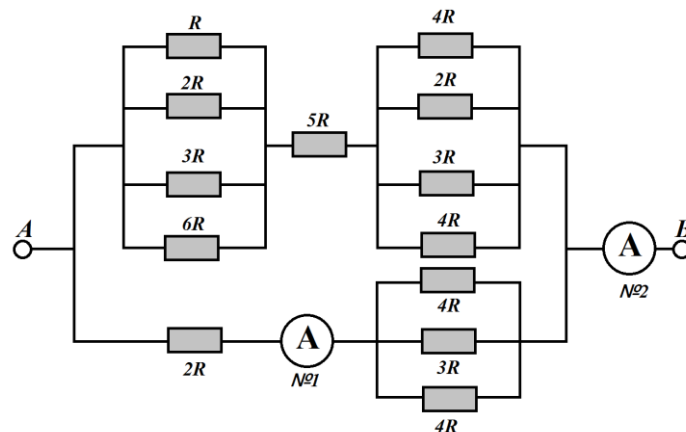
Для проведения калибровки следует:

Поставить робота на чёрный цвет, считать степень отражённого света с помощью датчика цвета и сохранить результат.

Поставить робота на белый цвет, считать степень отражённого света с помощью датчика цвета и сохранить результат.

Если показания датчиков сильно отличаются на одном и том же цвете, то калибровку стоит производить для каждого из датчиков.

№2



Посчитаем отдельно сопротивление верхнего и нижнего участка цепи:

$$R_2 = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{3R} + \frac{1}{6R}} + 5R + \frac{1}{\frac{1}{4R} + \frac{1}{4R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{3R}} = 6,25R$$

$$R_1 = 2R + \frac{1}{\frac{1}{4R} + \frac{1}{4R} + \frac{1}{3R}} = 3,2R$$

Мы знаем, что

$$I_1 R_1 = I_2 R_2$$

Тогда

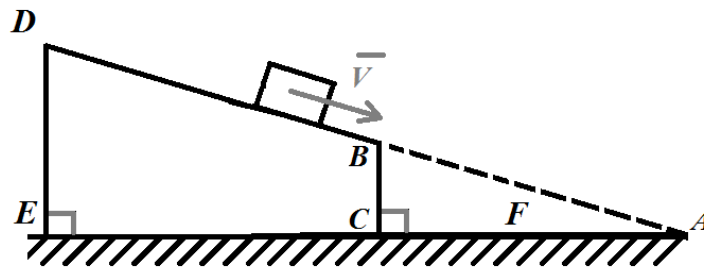
$$I_2 = \frac{R_1}{R_2} I_1$$

Тогда сила тока на втором амперметре будет равна:

$$I = I_1 + I_2 = I_1 + \frac{R_1}{R_2} I_1 = \frac{R_1 + R_2}{R_2} I_1 = \frac{3,2R + 6,25R}{6,25} \times 5000 \text{ A} = 7560 \text{ A}$$

Ответ: 7560 А

№3



Составим уравнение движения робота:

$$\overline{F_{\text{тр.}}} + m\overline{g} + \overline{N} + \overline{F} = m\overline{a}$$

Спроецируем это уравнение на две оси. Ось  $OX$  направим из точки  $D$  вдоль поверхности наклонной плоскости вниз, к точке  $A$ . Ось  $OY$  направим перпендикулярно наклонной плоскости вверх из точки  $D$ .

На ось  $OX$ :  $-F_{\text{тр.}} + mg\sin(30^\circ) + 0 + F = ma$  (1)

На ось  $OY$ :  $0 - mg\cos(30^\circ) + N + 0 = 0$  (2)

Из уравнения (2) получаем  $N = mg\cos(30^\circ)$  (2').

Мы знаем, что силу трения скольжения можно найти из соотношения:

$$F_{\text{тр.}} = \mu N = \mu mg\cos(30^\circ)$$
 (3')

Подставим (3') в (1) и получим:

$$\begin{aligned} -\mu mg\cos(30^\circ) + mg\sin(30^\circ) + F &= ma \\ a &= g(\sin(30^\circ) - \mu\cos(30^\circ)) + \frac{F}{m} = \frac{F}{m} + g\left(\frac{1}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{20}\right) = \\ &= \frac{g(10 - 3\sqrt{3})}{20} + \frac{F}{m} \end{aligned}$$
 (3'')

Скорость робота можно вычислить следующим образом:

$$V(t) = V_0 + at = 0 + at = at$$
 (4)

Нам нужно определить момент времени, в который робот окажется в точке  $B$ .

Вычислим путь, который робот преодолит от точки  $D$  до точки  $B$ :

$$L = DB = \frac{EC}{\cos(30^\circ)} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 4(\text{м})$$

Вычислить пройденный путь робота можно по формуле:

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 + V_0t + \frac{at^2}{2} = 0 + 0 + \frac{at^2}{2} = \frac{at^2}{2} \\ L &= \frac{at^2}{2} \end{aligned}$$
 (5)

Из (5) определим момент времени, когда робот окажется в точке  $B$ :

$$t = \sqrt{\frac{2L}{a}}$$

Тогда искомая скорость будет равна:

$$V_B = at = a \times \sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{2La}$$

$$V_B = \sqrt{2 \times 4 \times \left(10 \times \frac{10 - \sqrt{3}}{20} + \frac{40}{2}\right)} = \sqrt{4 \times (10 - 3\sqrt{3} + 40)} = 2\sqrt{50 - 3\sqrt{3}} \approx$$

$$\approx 13,387 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$BC = DE - 2\sqrt{3} \operatorname{tg} 30^\circ = 4 - \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2 \text{ (м)}$$

Для удобства решения введем ещё одну систему координат. Ось  $OY'$  направим из точки  $C$  вертикально вверх, а ось  $OX'$  – горизонтально от  $C$  к  $A$ .

$$Y'(t) = 2 - 13,387 \times \sin(30^\circ) t - \frac{10}{2} t^2 = 0$$

$$10t^2 + 13,387t - 4 = 0$$

$$D = 13,387^2 + 160 = 339,212$$

$$t_1 = \frac{-13,387 - \sqrt{339,212}}{2 \times 10} < 0$$

$$t_2 = \frac{-13,387 + \sqrt{339,212}}{20} \approx 0,252(\text{с})$$

$$X'(t) = 0 + 13,387t \cos(30^\circ) + 0$$

$$X'(t_2) = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 13,387 \times 0,252 \approx 2,922(\text{м})$$

$$2,922 \text{ м} \approx 29 \text{ дм}$$

Ответ: 29 дм

№4

Проанализируем представленную схему.

Если на два входа подать один и тот же сигнал, то мы получим его отрицание:

$$\bar{A} \cdot \bar{A} = \bar{A}$$

Запишем логическую функцию и упростим его:

$$\overline{\overline{\overline{A \cdot B \cdot \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot A \cdot B}}} = \overline{\overline{\overline{\bar{A} \cdot B \cdot \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot \bar{B}}} + \overline{\overline{A \cdot B}}} = \bar{A} \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B$$

$$\bar{A} \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B = B \cdot (\bar{A} + A) + \bar{A} \cdot \bar{B} = B + \bar{A} \cdot \bar{B}$$

или

$$\bar{A} \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B = \bar{A} \cdot (B + \bar{B}) + A \cdot B = \bar{A} + A \cdot B$$

Ответ:  $B + \bar{A} \cdot \bar{B}$  или  $\bar{A} + A \cdot B$  или  $\bar{A} + B$

№5

Робот проехал 4 равных отрезка и повернулся 3 раза на  $90^\circ$  на месте.

Судя по описанию, робот всегда поворачивал в одном и том же направлении, значит, ось мотора  $A$  дополнительно повернулась на один и тот же угол вперёд, а ось мотора  $B$  - дополнительно повернулась на тот же самый угол назад.

Пусть  $\alpha$  – это угол, на который повернулись оси за 3 поворота робота на  $90^\circ$ .

А  $\beta$  – это суммарный угол поворота осей моторов при проезде по сторонам квадрата.

Тогда

$$\begin{aligned}\varphi_A + \varphi_B &= (\beta + \alpha) + (\beta - \alpha) = 2\beta \\ \beta &= \frac{\varphi_A + \varphi_B}{2}\end{aligned}$$

Суммарный угол поворота колёс робота при проезде по одной стороне квадрата:

$$\beta_1 = \frac{\varphi_A + \varphi_B}{2} : 4 = \frac{\varphi_A + \varphi_B}{8}$$

Длина стороны квадрата будет равна

$$\frac{\beta_1}{360^\circ} \times \pi d = \frac{22500^\circ + 20700^\circ}{8 \times 360^\circ} \times 3,14 \times 6 = 15 \times 6 \times 3,14 = 282,6 \text{ (см)}$$

Посчитаем площадь квадрата:

$$\begin{aligned}282,6 \times 282,6 &= 79862,76 \approx 79863 \text{ (см}^2\text{)} \\ 79863 \text{ см}^2 &= 798,63 \text{ дм}^2 \approx 799 \text{ дм}^2\end{aligned}$$

Ответ: 799 дм<sup>2</sup>